

3472/2

MATEMATIK

TAMBAHAN

KERTAS 2

NAMA :

TINGKATAN :



MAJLIS PENGETUA SEKOLAH MALAYSIA (MPSM)
NEGERI PERAK

MODUL KECEMERLANGAN SPM 2024
SET 1

MATEMATIK TAMBAHAN

KERTAS 2
2 jam 30 minit

JANGAN BUKA KERTAS PEPERIKSAAN INI SEHINGGA DIBERITAHU

1. Tulis **nama** dan **tingkatan** anda pada ruangan yang disediakan.
2. Kertas peperiksaan ini mengandungi tiga bahagian: **Bahagian A**, **Bahagian B** dan **Bahagian C**.
3. Jawapan hendaklah ditulis pada ruang jawapan yang disediakan di dalam kertas peperiksaan ini.
4. Kertas peperiksaan ini adalah dalam dwibahasa.
5. Jawapan boleh ditulis dalam bahasa Melayu atau bahasa Inggeris.
6. Rajah yang mengiringi soalan tidak dilukis mengikut skala kecuali dinyatakan.
7. Kerja mengira mesti ditunjukkan.
8. Jadual Kebarangkalian Hujung Atas $Q(z)$ Bagi Taburan Normal $N(0, 1)$ disediakan di halaman 4.
9. **Kertas peperiksaan** ini hendaklah diserahkan kepada pengawas peperiksaan pada akhir peperiksaan.

Untuk Kegunaan Pemeriksa			
Bahagian	Soalan	Markah Penuh	Markah Diperoleh
A	1	8	
	2	7	
	3	7	
	4	8	
	5	6	
	6	6	
	7	8	
B	8	10	
	9	10	
	10	10	
	11	10	
C	12	10	
	13	10	
	14	10	
	15	10	
Jumlah		100	

Bahagian A

Section A

[50 markah]

[50 marks]

Jawab semua soalan.

Answer all questions.

1

- (a) Buktikan bahawa $\frac{2 \tan x}{2 - \sec^2 x} = \tan 2x$.

Prove that $\frac{2 \tan x}{2 - \sec^2 x} = \tan 2x$.

$$\frac{2 \tan x}{2 - (1 + \tan^2 x)} = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \tan 2x$$

[2 markah]
[2 marks]

- (b) (i) Lakarkan graf $y = 2 + \sin 2x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.

Sketch the graph of $y = 2 + \sin 2x$ for $0 \leq x \leq 2\pi$.

- (ii) Nyatakan satu persamaan garis yang sesuai untuk menyelesaikan $\frac{\sin 2x}{\pi} + \frac{2}{\pi} = \frac{1}{x}$.

Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama lakar satu graf yang sesuai

untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{\sin 2x}{\pi} + \frac{2}{\pi} = \frac{1}{x}$ untuk

$0 \leq x \leq 2\pi$.

Nyatakan bilangan penyelesaian itu.

State an equation of a suitable line to solve $\frac{\sin 2x}{\pi} + \frac{2}{\pi} = \frac{1}{x}$. Hence, using the same

axes, sketch a suitable graph to find the number of solutions to the equation

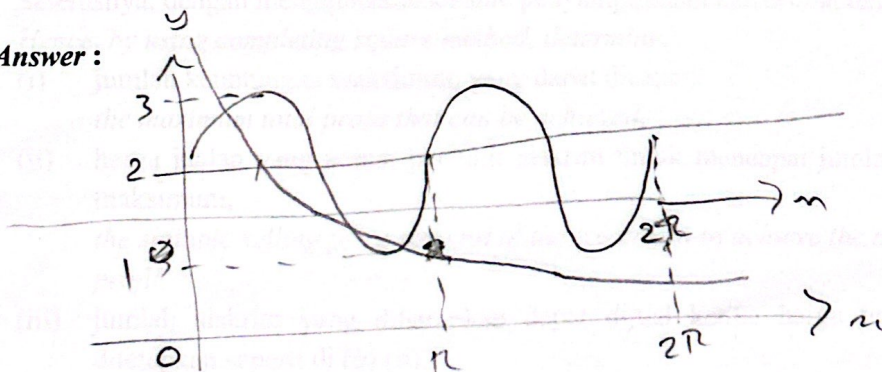
$\frac{\sin 2x}{\pi} + \frac{2}{\pi} = \frac{1}{x}$ for $0 \leq x \leq 2\pi$.

State the number of solutions.

[6 markah]

[6 marks]

Jawapan / Answer :



$$\sin 2x + 2 = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

3 solution

- 2 Sebuah syarikat memperkenalkan aiskrim berperisa baharu. Dalam tempoh percubaan, syarikat menghasilkan sebilangan kecil aiskrim untuk dijual. Syarikat tersebut mengadakan satu perbincangan bagi menentukan harga jualan per unit untuk aiskrim.

A company is introducing a new flavour of ice cream. During the trial period, the company produces a limited quantity of ice creams for sale. The company held a discussion to determine the selling price per unit for the ice cream.

Jadual 1 menunjukkan perincian mengenai jangkaan penjualan aiskrim berdasarkan perbincangan mereka.

Table 1 shows the details of the expected sale of the ice creams based on their discussion.

Bilangan aiskrim yang dihasilkan <i>Number of ice creams produced</i>	100 unit/ <i>units</i>
Kos seunit untuk membuat aiskrim <i>Cost per unit for making the ice cream</i>	RM 1.00
Harga jualan seunit aiskrim <i>Selling price per unit of the ice cream</i>	RM x
Bilangan aiskrim yang dijangka akan dijual <i>Number of ice creams expected to be sold</i>	$(-20x + 100)$ unit/ <i>units</i>

Jadual 1
Table 1

- (a) Sekiranya jangkaan jumlah keuntungan menjual aiskrim adalah RM P , tunjukkan bahawa

If the expected total profit of selling the ice creams is RM P , show that

$$P = -20x^2 + 100x - 100$$

[2 markah]

[2 marks]

- (b) Seterusnya, dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua, tentukan,
Hence, by using completing square method, determine,

- jumlah keuntungan maksimum yang dapat dicapai,
the maximum total profit that can be achieved,
- harga jualan yang sesuai per unit aiskrim untuk mencapai jumlah keuntungan maksimum,
the suitable selling price per unit of the ice cream to achieve the maximum total profit,
- jumlah aiskrim yang diharapkan dapat dijual ketika harga jualan per unit ditetapkan seperti di (b) (ii).
the number of ice creams expected to be sold when the selling price per unit is fixed as in (b)(ii).

[5 markah]

[5 marks]

3 Penyelesaian secara lakaran graf **tidak** diterima.

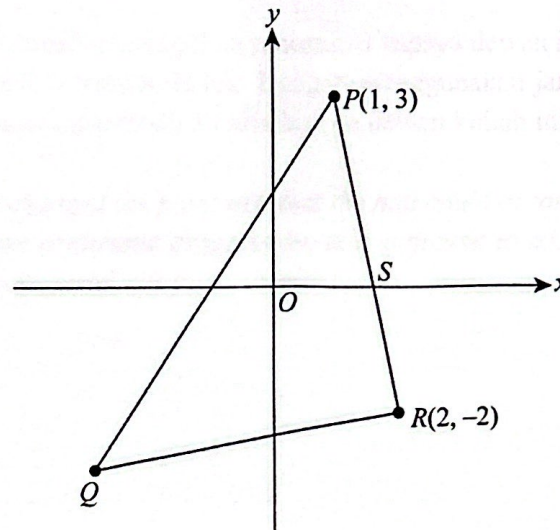
Solution by graph sketching is not accepted.

Rajah 1 menunjukkan sebuah segi tiga PQR dengan luas 13 unit². Persamaan garis lurus PQ ialah $2y - 3x = 3$ dan persamaan garis lurus PR ialah $y = -5x + 8$.

Titik S terletak pada paksi- x dan membahagi garis lurus PR dengan nisbah $m : n$.

Diagram 1 shows a triangle PQR that has an area of 13 unit². The equation of the straight line PQ is $2y - 3x = 3$ and the equation of the straight line PR is $y = -5x + 8$.

Point S lies on the x -axis and divides the straight line PR in the ratio $m : n$.



Rajah 1
Diagram 1

Cari / Find

- (a) nisbah $m : n$,
the ratio $m : n$,

[3 markah]
[3 marks]

- (b) koordinat Q .
the coordinates Q .

[4 markah]
[4 marks]

Jawapan / Answer :

- 4 Sebuah universiti merancang untuk membina sebuah dewan kuliah dengan reka bentuk yang unik. Dewan kuliah ini akan mempunyai 12 baris tempat duduk, disusun sedemikian rupa sehingga bilangan tempat duduk di setiap baris membentuk satu jangjang aritmetik. Bilangan tempat duduk di baris kedua adalah 21 dan bilangan tempat duduk di baris terakhir adalah 81. *A university plans to construct a new lecture hall with a unique design. The lecture hall will have 12 rows of seats, arranged such that the number of seats in each row forms an arithmetic progression. The number of seats in the second row is 21 and the number of seats in the last row is 81.*

(a) Hitung jumlah tempat duduk dalam dewan kuliah ini.

Calculate the total number of seats in the lecture hall.

[4 markah]

[4 marks]

- (b) Universiti tersebut kemudian mengubah rancangan supaya dewan itu boleh memuatkan sekurang-kurangnya 850 tempat duduk. Dengan menggunakan jangjang aritmetik yang sama, adakah memadai menambah 3 baris lagi ke dewan kuliah ini? Berikan justifikasi anda.

The university later changed the plan such that the hall could accommodate at least 850 seats. Using the same arithmetic progression, is it sufficient to add 3 more rows to the lecture hall? Give your justification.

[4 markah]

[4 marks]

Jawapan / Answer :

- 5 Dua eksperimen telah dijalankan untuk mengenalpasti hubungan antara pemboleh ubah x dan y . Hasil kedua-dua eksperimen menunjukkan bahawa hubungan antara x dan y masing-masing berdasarkan persamaan $25(5^{x+4}) = 125^y$ dan $\log_x y - 1 = \log_x (x - 2)$.

Cari nilai x dan nilai y yang memuaskan kedua-dua eksperimen tersebut.

Two experiments were conducted to determine the relationship between the variables x and y . The results of both experiments show that the relationship between x and y is based on $25(5^{x+4}) = 125^y$ and $\log_x y - 1 = \log_x (x - 2)$ respectively.

Find the value of x and of y that satisfy both experiments.

[6 markah]

[6 marks]

Jawapan / Answer :

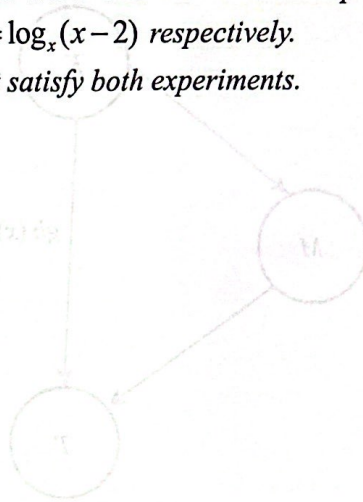
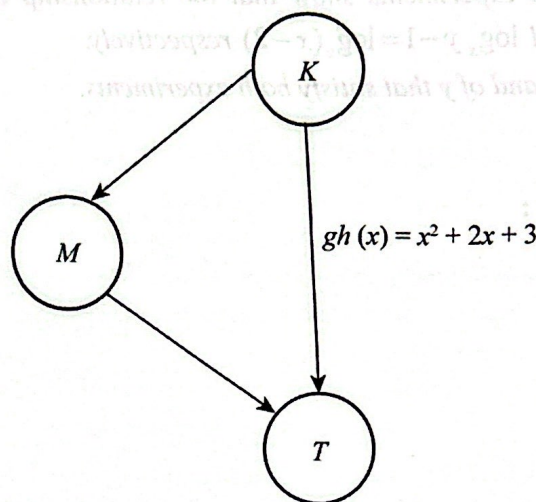


Diagram 2

- 6 Rajah 2 menunjukkan hubungan antara set K , set M dan set T . Diberi bahawa set K dipetakan kepada set M oleh fungsi $\frac{1}{2}x + 3$ dan dipetakan kepada set T oleh $gh : x \rightarrow x^2 + 2x + 3$.

Diagram 2 shows the relationship between set K , set M set T . Given that set K is mapped to set M by function $\frac{1}{2}x + 3$ and is mapped to set T by $gh : x \rightarrow x^2 + 2x + 3$.



Rajah 2
Diagram 2

- (a) Tulis fungsi yang memetakan set K kepada set M dengan menggunakan tatatanda fungsi.
Write the function that maps set K to set M by using the function notation.

[1 markah]

[1 mark]

- (b) Tentukan songsangan bagi fungsi yang memetakan set K kepada set M .
Determine the inverse of the function that maps set K to set M .

[2 markah]

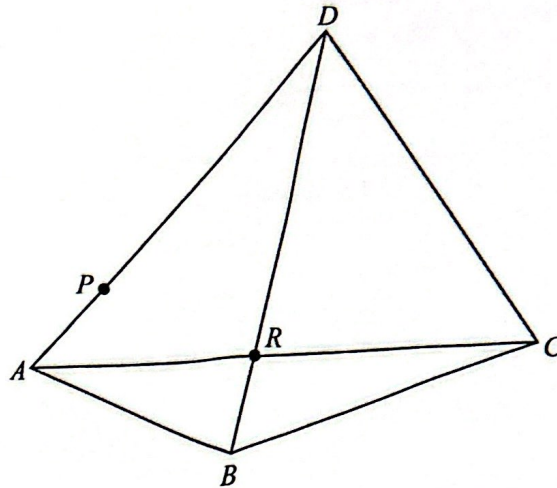
[2 marks]

- (c) Cari fungsi yang memetakan set M kepada set T .
Find the function that maps set M to set T .

[3 markah]

[3 marks]

Jawapan / Answer :



Rajah 3
Diagram 3

Rajah 3 menunjukkan $ABCD$ ialah sebuah sisi empat. Pepenjuru-pepenjuru BD dan AC bersilang di titik R . Titik P terletak pada AD . Diberi $\overline{AB} = x$ dan $\overline{DP} = 2y$. Diberi $\overline{AP} = \frac{1}{3}\overline{AD}$ dan $\overline{BR} = \frac{1}{3}\overline{BD}$.

Diagram 3 shows $ABCD$ is a quadrilateral. The diagonals BD and AC intersect at point R . Point P lies on AD . Given $\overline{AB} = x$ and $\overline{DP} = 2y$. Given $\overline{AP} = \frac{1}{3}\overline{AD}$ and $\overline{BR} = \frac{1}{3}\overline{BD}$.

- (a) Ungkapkan $\overline{AR}$ dan $\overline{PR}$ dalam sebutan x dan y .

Express $\overline{AR}$ and $\overline{PR}$ in terms of x and y .

[3 markah]

[3 marks]

- (b) Diberi $\overline{DC} = kx - y$ dan $\overline{AR} = h\overline{AC}$ dengan keadaan h dan k ialah pemalar, cari nilai h dan nilai k .

Given $\overline{DC} = kx - y$ and $\overline{AR} = h\overline{AC}$ where h and k are constants, find the value of h and of k .

[5 markah]

[5 marks]

Jawapan / Answers :

Bahagian B

Section B

[30 markah]

[30 marks]

Jawab **tiga** soalan daripada bahagian ini.

Answer **three** questions from this section.

- 8 (a) Dalam satu kajian di sebuah taman kediaman, didapati empat daripada lima rumah mempunyai sebuah kereta. Jika sepuluh rumah dalam taman kediaman itu dipilih secara rawak,

In a survey carried out in a residential area, it was found that four out of five houses have a car. If ten houses in that residential area are chosen at random,

cari

find

- (i) kebarangkalian bahawa tujuh rumah mempunyai sebuah kereta,
the probability that seven houses have a car,
- (ii) kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya lapan rumah mempunyai sebuah kereta,
the probability that at least eight houses have a car,
- (iii) varians bagi kajian tersebut sekiranya terdapat 154 buah rumah di taman kediaman itu.
calculate the variance for that survey when there are 154 houses in that residential area.

[6 markah]

[6 marks]

- (b) Markah Matematik suatu ujian bagi murid dari kelas 5 Tekun adalah bertabur secara normal dengan min 45 dan varians 100. Jika julat markah untuk mendapat kepujian ialah di antara 50 hingga 70, hitungkan peratusan bagi murid yang mendapat kepujian.

The Mathematics test marks of the students from 5 Tekun are normally distributed with a mean of 45 and a variance of 100. If the range of marks to obtain a credit is from 50 to 70, calculate the percentage of students who obtained a credit.

[4 markah]

[4 marks]

Jawapan / Answer :

- 9 (a) Diberi persamaan lengkung ialah
Given the equation of a curve is

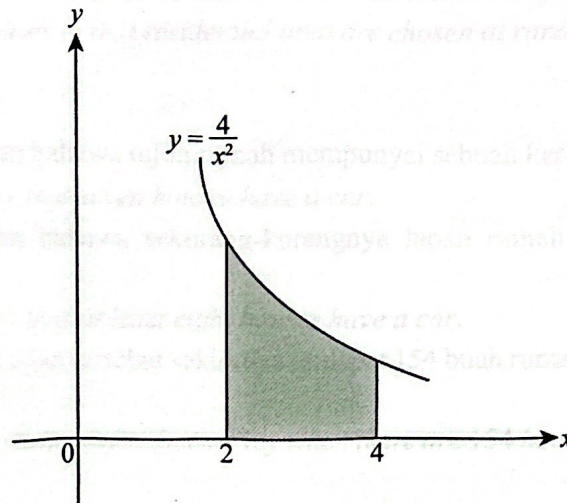
$$y = \frac{2}{3} + x(4 - \frac{2}{3}x)$$

Cari koordinat bagi titik pusingan. Seterusnya tentukan sama ada setiap titik pusingan itu adalah titik maksimum atau titik minimum dengan menggunakan kaedah lakaran tangen.
Find the coordinate of the turning point. Hence, determine whether the turning points are maximum or minimum using the sketching tangent method.

[4 markah]

[4 marks]

(b)



Rajah 4

Diagram 4

Rajah 4 menunjukkan lengkung $y = \frac{4}{x^2}$.

Diagram 4 shows the curve of $y = \frac{4}{x^2}$.

Cari

Find

- (i) luas rantau berlorek,
the area of the shaded region,
- (ii) isi padu yang dijanakan apabila rantau berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-x.
the volume generated when the shaded area is rotated through 360° about x-axis.

[6 markah]

[6 marks]

- 10 Nadia merupakan seorang usahawan muda dan mempunyai sebuah kilang pengeluaran biskut. Jumlah jisim pengeluaran sejenis biskut 'Homemade Almond Choc', M dihubungkan dengan jumlah jam operasi, T oleh persamaan $M - qT = \frac{r}{qT}$. Jadual 2 menunjukkan nilai-nilai M dan T yang sepadan.

Nadia is a young entrepreneur and has a biscuit production factory. The total mass production of 'Homemade Almond Choc' biscuit, M is related to the number of operational hours, T by the equation $M - qT = \frac{r}{qT}$. Table 2 shows the corresponding values of M and T .

T (jam)	1	2	3	4	5	5.5
M (kg)	5.5	4.7	5.0	6.5	7.7	8.4

Jadual 2

Table 2

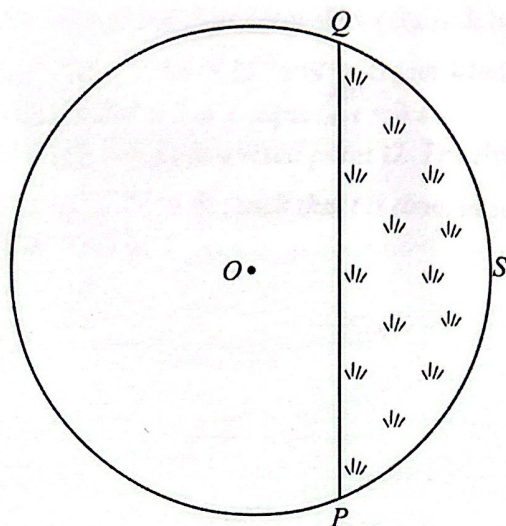
- (a) Plot MT melawan T^2 , menggunakan skala 2 cm kepada 5 unit pada kedua-dua paksi.
Plot MT against T^2 , using a scale of 2 cm to 5 units on both axes.
 Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
Hence, draw the line of best fit.
- [5 markah]
[5 marks]
- (b) Gunakan graf di (a) untuk mencari nilai
Use the graph in (a) to find the value
- (i) q
 (ii) r
- [4 markah]
[4 marks]
- (c) Jika kilang pembuatan biskut Nadia beroperasi selama 6 jam sehari, berapakah jumlah jisim pengeluaran biskut 'Homemade Almond Choc' dalam kilogram?
If Nadia's biscuit factory operates for 6 hours a day, what is the total production mass of 'Homemade Almond Choc' biscuits in kilograms?
- [1 markah]
[1 mark]

Jawapan / Answer :

- 11 Rajah 5 menunjukkan cermin muka berbentuk bulatan yang didekorasi. Ia berpusat O dan berdiameter 80 cm. Kawasan PQS telah ditampal dengan rumput tiruan dan dikelilingi dengan lampu jalur LED berwarna biru. Jarak paling dekat antara pusat bulatan dengan bahagian bertampal rumput ialah 10 cm.

Diagram 5 shows a decorated circular shaped face mirror. The mirror has a diameter of 80 cm and is centered at O . Region PQS is patched with artificial grass and surrounded by the blue LED stripe light. The nearest distance between the centre of the circle and the patched artificial grass is 10 cm.

[Guna/Use $\pi = 3.142$]



Rajah 5
Diagram 5

- (a) Tunjukkan bahawa $\angle POQ = 2.636$ radian.
Show that $\angle POQ = 2.636$ radian.

[2 markah]
[2 marks]

- (b) Hitung,
Calculate,

- (i) panjang lampu jalur LED berwarna biru yang digunakan,
the length of blue LED stripe light used,

[4 markah]
[4 marks]

- (ii) luas bahagian cermin dilitupi rumput tiruan,
the area of mirror covered by artificial grass,

[4 markah]
[4 marks]

Bahagian C

Section C

[20 markah]

[20 marks]

Jawab **dua** soalan daripada bahagian ini.

*Answer **two** questions from this section.*

- 12 Penyelesaian secara lakaran graf **tidak** diterima.

*Solution by graph sketching is **not** accepted.*

Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dari satu titik tetap O . Sesaran, s m, dari titik tetap O bagi zarah itu diberi oleh $s = ht^3 + kt^2 + 6t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat. Halaju maksimum zarah tersebut ialah 15 m s^{-1} apabila $t = 3 \text{ s}$.

A particle moves along a straight line from a fixed point O . The displacement, s m, from point O for the particle is given by $s = ht^3 + kt^2 + 6t$, such that t is time, in seconds. The maximum velocity of the particle is 15 m s^{-1} when $t = 3 \text{ s}$.

Hitungkan

Calculate

- (a) nilai h dan nilai k ,
the value of h and of k ,

[5 markah]

[5 marks]

- (b) julat nilai t dalam saat semasa halaju zarah itu berkurang,
the range of values of t when the particle decelerates,

[2 markah]

[2 marks]

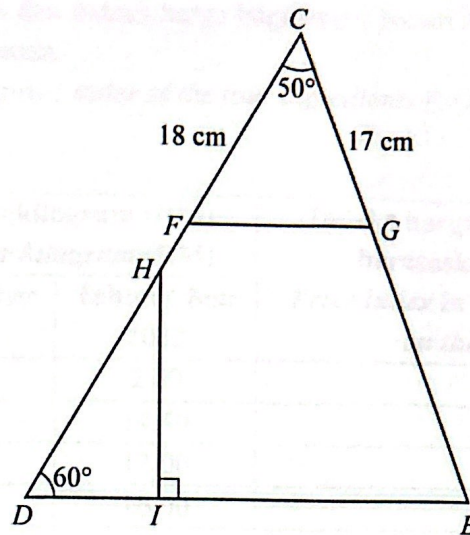
- (c) jarak yang dilalui oleh zarah itu dalam saat yang ke-2.
the distance travelled by the particle during the 2nd second.

[3 markah]

[3 marks]

Jawapan / Answers :

13.



Rajah 6
Diagram 6

Rajah 6 menunjukkan sebuah segitiga CDE . $CFHD$, CGE , dan DIE ialah garis lurus. Garis HI ialah berserenjang dengan DE . Diberi $CF = 18$ cm, $DF = 24$ cm, $CG = 17$ cm, $\angle FCG = 50^\circ$, dan $\angle HDI = 60^\circ$.

Diagram 6 shows a triangle CDE . $CFHD$, CGE , and DIE are straight lines. Line HI is perpendicular to DE . Given that $CF = 18$ cm, $DF = 24$ cm, $CG = 17$ cm, $\angle FCG = 50^\circ$, and $\angle HDI = 60^\circ$,

(a) Hitungkan panjang, dalam cm,

Calculate the length, in cm, of

(i) FG

(ii) EG

[5 markah]

[5 marks]

(b) Luas $\triangle FCG$ ialah dua kali luas $\triangle HDI$. Cari panjang, dalam cm, DI .

The area of $\triangle FCG$ is twice the area of $\triangle HDI$. Find the length, in cm, of DI .

[4 markah]

[4 marks]

(c) Lakarkan $\triangle C'D'E'$ yang mempunyai bentuk yang berlainan daripada segitiga $\triangle CDE$ dengan keadaan $C'D' = CD$, $C'E' = CE$, dan $\angle C'D'E' = \angle CDE$.

Sketch $\triangle C'D'E'$ which has a different shape from $\triangle CDE$ such that $C'D' = CD$, $C'E' = CE$, and $\angle C'D'E' = \angle CDE$.

[1 markah]

[1 mark]

Jawapan / Answers :

- 14 Jadual 3 menunjukkan harga dan indeks harga bagi empat bahan P , Q , R dan S yang digunakan untuk membuat sejenis makanan.

Table 3 shows the price and price index of the four ingredients P , Q , R and S used to make a type of food.

Bahan Item	Harga sekilogram (RM) Price per kilogram (RM)		Indeks harga pada tahun 2022 berdasarkan tahun 2020 Price index in the year 2022 based on the year 2020
	Tahun / Year 2020	Tahun / Year 2022	
P	2.00	2.50	x
Q	12.00	14.40	120
R	8.00	12.00	150
S	20.00	16.00	80

Jadual 3

Table 3

- (a) Cari nilai x . Berikan tafsiran anda mengenai nilai x yang anda peroleh.

Find the value of x . Give your interpretation of the x value that you obtain.

[3 markah]

[3 marks]

- (b) Cari indeks gubahan bagi empat bahan di atas pada tahun 2022 berdasarkan tahun 2020 tanpa pemberat.

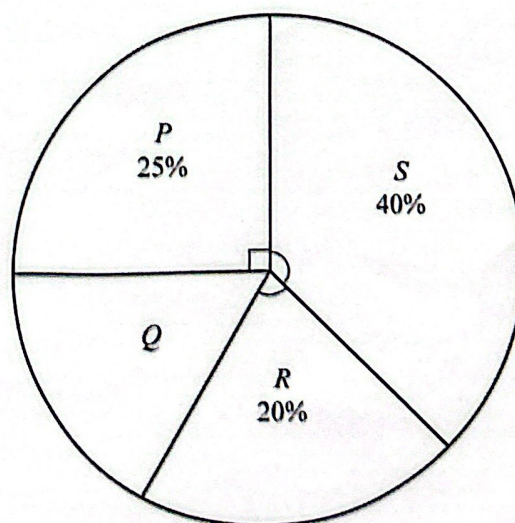
Find the composite index of the four materials in the year 2022 based on the year 2020 without weightages.

[2 markah]

[2 marks]

- (c) (i) Carta pai dalam Rajah 7 menunjukkan peratusan bagi setiap jenis bahan yang digunakan untuk membuat makanan tersebut.

The pie chart in Diagram 7 shows the percentage of each item used in the making of the food.



Rajah 7
Diagram 7

Hitung indeks gubahan bagi empat bahan tersebut pada tahun 2022 berasaskan tahun 2020 dengan pemberat.

Calculate the composite index of the four materials in the year 2022 based on the year 2020 with the weightages.

- (ii) Kos untuk membuat makanan itu dijangka akan meningkat sebanyak 30% dari tahun 2022 ke tahun 2024. Cari indeks gubahan bagi tahun 2024 berasaskan tahun 2020. Beri tafsiran anda berkaitan indeks gubahan yang diperolehi.

The cost of making the food is expected to increase by 30% from 2022 to 2024. Find the composite index for the year 2024 based on the year 2020. Give your interpretation regarding the composite index obtained.

[5 markah]

[5 marks]

Jawapan / Answer :



- 15 Puan Amani memiliki sebuah kedai yang menjual pelbagai barangan yang berkaitan dengan bakeri. Kedainya menjual dua jenis adunan tepung kek premium, iaitu tepung ros dan tepung lavender. Setiap jenis adunan tepung dibuat menggunakan tepung naik sendiri dan tepung gandum dalam nisbah yang berbeza. Campuran tepung ros mengandungi tepung naik sendiri dan tepung gandum dalam nisbah 1:3, manakala adunan tepung lavender dalam nisbah 2:3. Puan Amani mempunyai stok 20 kg tepung naik sendiri dan 36 kg tepung gandum. Dia mendapat keuntungan sebanyak RM 4 dengan penjualan 1 kg tepung ros dan RM 5 untuk 1 kg tepung lavender.

Puan Amani owns a shop that sells various items related to the bakery. Her shop sells two types of premium cake flour blends, namely rose flour and lavender flour. Each type of flour blend is made using self-rising flour and wheat flour in different ratios. The rose flour blend contains self-raising flour and wheat flour in a 1:3 ratio, while the lavender flour in a 2:3 ratio. Puan Amani has a stock of 20 kg of self-rising flour and 36 kg of wheat flour. She made a profit of RM 4 by selling 1 kg of rose flour and RM 5 for 1 kg of lavender flour.

Kedainya boleh menghasilkan x kg tepung ros dan y kg tepung lavender sehari.
Her shop can produce x kg of rose flour and y kg of lavender flour per day.

- (a) Selain daripada $x \geq 0$ and $y \geq 0$, tulis dua ketaksamaan yang memenuhi kekangan-kekangan yang diberikan.

Other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, write two inequalities that satisfy all the constraints given.

[2 markah]

[2 marks]

- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 unit pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua syarat di atas.

By using a scale of 2 cm to 10 units on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the conditions.

[3 markah]

[3 marks]

- (c) Berdasarkan graf di (b), cari

Based on the graph in (b), find

- (i) jisim tepung kek ros dan tepung kek lavender yang perlu dijual oleh Pn. Amani supaya memperoleh keuntungan maksimum?

the mass of rose cake flour and lavender cake flour does Pn. Amani need to sell to make maximum profit?

- (ii) Berapakah keuntungan maksimum Pn. Amani?

What is Pn. Amani's maximum profit?

[5 markah]

[5 marks]